

**Trần Thành Minh – Phan Lưu Biên - Trần Quang Nghĩa**

# **Phương Pháp Tọa Độ**

## **Trong Mặt Phẳng**

## § 1. Phương trình tổng quát của đường thẳng

### A. Tóm tắt giáo khoa .

1. Vector  $\vec{n}$  khác  $\vec{0}$  vuông góc đường thẳng  $\Delta$  gọi là *vector pháp tuyến* (VTPT) của  $\Delta$  .

• Phương trình của đường thẳng qua  $M_0(x_0; y_0)$  và có VTPT  $\vec{n} = (a; b)$  là :  $a(x - x_0) + b(y - y_0)$

• Phương trình tổng quát của đường thẳng có dạng :  $ax + by + c = 0$

trong đó  $\vec{n} = (a; b)$  là một VTPT .

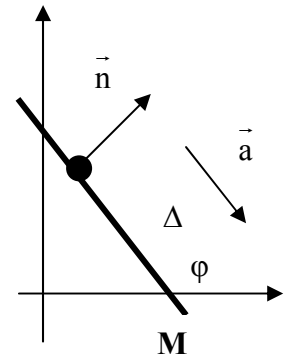
•  $\Delta$  vuông góc Ox  $\Leftrightarrow \Delta : ax + c = 0$

$\Delta$  vuông góc Oy  $\Leftrightarrow \Delta : by + c = 0$

$\Delta$  qua gốc O  $\Leftrightarrow \Delta : ax + by = 0$

$\Delta$  qua  $A(a; 0)$  và  $B(0; b) \Leftrightarrow \Delta : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( *Phương trình theo đoạn chắn* )

• Phương trình đường thẳng có hệ số góc là  $k : y = kx + m$  với  $k = \tan \varphi$ ,  $\varphi$  là góc hợp bởi tia  $Mt$  của  $\Delta$  ở phía trên Ox và tia  $Mx$



2. Cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Tính  $D = a_1 b_2 - a_2 b_1$ ,  $D_x = b_1 c_2 - b_2 c_1$ ,  $D_y = c_1 a_2 - c_2 a_1$

•  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau  $\Leftrightarrow D \neq 0$  . Khi đó tọa độ giao điểm là :

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} \\ y = \frac{D_y}{D} \end{cases}$$

•  $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 0 \\ D_x \neq 0 \\ D_y \neq 0 \end{cases}$

•  $\Delta_1, \Delta_2$  trùng nhau  $\Leftrightarrow D = D_x = D_y = 0$

Ghi chú : Nếu  $a_2, b_2, c_2 \neq 0$  thì :

•  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau  $\Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  .

- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
- $\Delta_1, \Delta_2$  trùng nhau  $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

B. Giải toán .

**Dạng toán 1 : Lập phương trình tổng quát của đường thẳng :** Cần nhớ :

- Phương trình đường thẳng qua điểm  $M(x_0 ; y_0)$  và vuông góc  $\vec{n} = (a; b)$  là :  $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$
- Phương trình đường thẳng qua điểm  $M(x_0 ; y_0)$  và cùng phương  $\vec{a} = (a_1; a_2)$  là :  $\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2}$
- Phương trình đường thẳng song song đường thẳng :  $ax + by + c = 0$  có dạng :  $ax + by + m = 0$  với  $m \neq c$ .
- Phương trình đường thẳng qua  $M(x_0 ; y_0)$  :  $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$  ( $a^2 + b^2 \neq 0$ )
- Phương trình đường thẳng qua  $A(a ; 0)$  và  $B(0 ; b)$  là :  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

**Ví dụ 1 :** Cho tam giác ABC có  $A(3 ; 2)$ ,  $B(1 ; 1)$  và  $C(-1 ; 4)$ . Viết phương trình tổng quát của :

- đường cao AH và đường thẳng BC .
- trung trực của AB
- đường trung bình ứng với AC
- đường phân giác trong của góc A .

**Giải** a) Đường cao AH qua  $A(3 ; 2)$  và vuông góc  $\vec{BC} = (-2 ; 3)$  có phương trình là :  $-2(x - 3) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3y = 0$

Đường thẳng BC là tập hợp những điểm  $M(x ; y)$  sao cho  $\vec{BM} = (x - 1; y - 1)$

cùng phương  $\vec{BC} = (-2; 3)$  nên có phương trình là :  $\frac{x - 1}{-2} = \frac{y - 1}{3}$  ( điều kiện cùng

phương của hai vectơ)  $\Leftrightarrow 3(x - 1) + 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 5 = 0$

b) Trung trực AB qua trung điểm  $I(2 ; 3/2)$  của AB và vuông góc  $\vec{AB} = (-2 ; -1)$  nên có phương trình tổng quát là :  $2(x - 2) + 1.(y - 3/2) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - 11 = 0$

c) Đường trung bình ứng với AB qua trung điểm K( 0 ; 5/2) và cùng phương  $\overrightarrow{AB} = (-2 ; -1)$ . Đường này là tập hợp những điểm M(x ; y) sao cho

$\overrightarrow{KM} = (x - 0; y - \frac{5}{2})$  cùng phương  $\overrightarrow{AB} = (-2; -1)$  nên có phương trình là :

$$\frac{x-0}{2} = \frac{y-5/2}{1} \text{ (điều kiện cùng phương của hai vectơ)}$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0$$

d) Gọi D(x ; y) là tọa độ của chân đường phân giác trong . Theo tính chất của

phân giác :  $\frac{DB}{DC} = -\frac{AB}{AC}$

Mà  $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ,  $AC = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$  , do đó :

$$\frac{DB}{DC} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{DB}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(1-x) = x+1 \\ 2(1-y) = y-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1/3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy D = (1/3 ; 2) . Vì  $y_A = y_D = 2$  nên phương trình AD là  $y = 2$  .

**Ví dụ 2 :** Cho hình chữ nhật ABCD , phương trình của AB :  $2x - y + 5 = 0$  , đường thẳng AD qua gốc tọa độ O , và tâm hình chữ nhật là I( 4 ; 5 ) . Viết phương trình các cạnh còn lại

**Giải** Vì AD vuông góc với AB nên VTPT  $\vec{n} = (2 ; -1)$  của AB là VTCP của AD

Phương trình AD qua O là :  $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} \Leftrightarrow x + 2y = 0$

Tọa độ A là nghiệm của hệ :  $\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$

Giải hệ này ta được :  $x = -2 ; y = 1 \Rightarrow A(-2 ; 1)$

I là trung điểm của AC , suy ra :

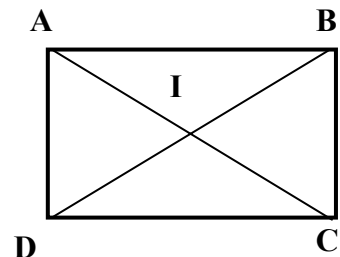
$$\begin{cases} x_A + x_C = 2x_I = 8 \\ y_A + y_C = 2y_I = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 10 \\ y_C = 9 \end{cases} : C(10 ; 9)$$

Đường thẳng CD song song với AB nên  $\vec{n} = (2 ; -1)$

cũng là VTPT của CD . CD qua C(10 ; 9) , do đó phương trình CD là :

$$2(x - 10) - (y - 9) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 11 = 0$$

Đường thẳng BC qua C và song song AD , do đó phương trình BC là :



$$\Leftrightarrow (x - 10) + 2(y - 9) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 28 = 0$$

**Ví dụ 3 :** Cho đường thẳng  $d : 3x - 4y - 12 = 0$ .

- Tính diện tích của tam giác mà  $d$  hợp với hai trục tọa độ.
- Viết phương trình đường thẳng  $d'$  đối xứng của  $d$  qua trục  $Ox$ .
- Viết phương trình đường thẳng  $d''$  đối xứng của  $d$  qua điểm  $I(-1; 1)$ .

**Giải :** a) Cho  $x = 0 : -4y - 12 = 0 \Leftrightarrow y = -3 \Rightarrow d$  cắt  $Oy$  tại  $A(0; -3)$

Cho  $y = 0 : 3x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow d$  cắt  $Ox$  tại  $B(4; 0)$

Diện tích tam giác vuông  $OAB$  là :  $\frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$  đvdt

b) Gọi  $A'(0; 3)$  là đối xứng của  $A$

qua  $Ox$ . Ta có  $d'$  qua  $A'$  và  $B$ ,

cùng phương  $\overrightarrow{A'B} = (4; -3)$  có

$$\text{phương trình là : } \frac{x-0}{4} = \frac{y-3}{-3} \Leftrightarrow$$

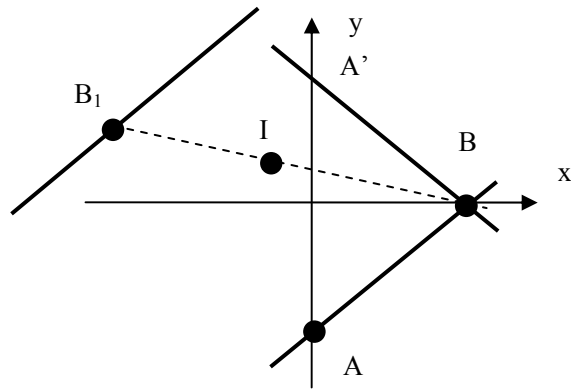
$$3x + 4y - 12 = 0$$

c) Gọi  $B_1$  là đối xứng của  $B$  qua  $I$

$\Rightarrow B_1(-6; 2)$ . Đường thẳng  $d''$

qua  $B_1$  và song song với  $d$ , có phương trình :

$$3(x + 6) - 4(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 26 = 0$$



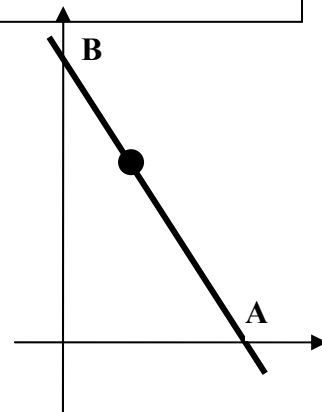
**\*Ví dụ 4 :** Viết phương trình đường thẳng qua  $M(3; 2)$ , cắt tia  $Ox$  tại  $A$ , tia  $Oy$  tại  $B$  sao cho :

- $OA + OB = 12$
- hợp với hai trục một tam giác có diện tích là 12

**Giải :** Gọi  $A(a; 0)$  và  $B(0; b)$  với  $a > 0, b > 0$ , phương trình đường thẳng cần tìm có dạng :

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ . Vì đường thẳng qua  $M(3; 2)$  nên :

$$\frac{3}{a} + \frac{2}{b} = 1 \quad (1)$$



*Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng*

a)  $OA + OB = 12 \Leftrightarrow a + b = 12 \Leftrightarrow a = 12 - b$  (2)

Thế (2) vào (1) :  $\frac{3}{12-b} + \frac{2}{b} = 1$

$\Leftrightarrow 3b + 2(12 - b) = (12 - b)b$

$\Leftrightarrow b^2 - 11b + 24 = 0$

$\Leftrightarrow b = 3$  hay  $b = 8$

•  $b = 3 : a = 9$  , phương trình cần tìm :  $\frac{x}{9} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow x + 3y - 9 = 0$

•  $b = 8 : a = 4$  , phương trình cần tìm :  $\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 8 = 0$

b) Diện tích tam giác OAB là  $\frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} ab = 12 \Leftrightarrow a = 24/b$  (3)

Thế (3) vào (1) :  $\frac{3b}{24} + \frac{2}{b} = 1 \Leftrightarrow b^2 + 16 = 8b$

$\Leftrightarrow (b - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow b = 4$

Suy ra :  $a = 6$  , phương trình cần tìm là :  $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y - 12 = 0$

**Dạng 3 : Tìm vị trí tương đối của hai đường thẳng.**

**Ví dụ 1 :** Tìm vị trí tương đối của các đường thẳng sau :

a)  $9x - 6y - 1 = 0$  ,  $6x + 4y - 5 = 0$

b)  $10x - 8y + 2/3 = 0$  ;  $25x - 20y + 5/3 = 0$

**Giải** a) Ta có :  $\frac{9}{6} \neq \frac{-6}{4}$  nên hai đường thẳng cắt nhau .

b) Ta có :  $\frac{10}{25} = \frac{-8}{-20} = \frac{2/3}{5/3} = \frac{2}{5}$  nên hai đường thẳng trùng nhau .

\* **Ví dụ 2 :** Cho d :  $(m + 1)x - 2y + m + 1 = 0$

d' :  $mx - 3y + 1 = 0$

a) Định m để hai đường thẳng cắt nhau . Tìm tọa độ giao điểm M.

b) Tìm  $m \in \mathbf{Z}$  để tọa độ giao điểm là số nguyên .

**Giải** a) Tọa độ giao điểm M là nghiệm của hệ :  $\begin{cases} (m+1)x - 2y + m + 1 = 0 & (1) \\ mx - 3y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$

Hai đường thẳng cắt nhau  $\Leftrightarrow D = \begin{vmatrix} m+1 & -2 \\ m & -3 \end{vmatrix} = -3(m+1) + 2m = -m - 3 \neq 0$

$\Leftrightarrow m \neq -3$

Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng

Ta có :  $D_x = \begin{vmatrix} -2 & m+1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -2.1 + 3(m+1) = 3m+1$

$D_y = \begin{vmatrix} m+1 & m+1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m(m+1) - 1.(m+1) = m^2 - 1$

Tọa độ giao điểm M :  $\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{-3m-1}{m+3} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{-m^2+1}{m+3} \end{cases}$

b) Ta có :  $x = \frac{-3(m+3)+8}{m+3} = -3 + \frac{8}{m+3}$

$y = -m+3 - \frac{8}{m+3}$

Để x và y ∈ Z thì 8 chia hết cho (m+3)

⇔ (m+3) ∈ { ± 1 ; ± 2 ; ± 4 ; ± 8 }

⇔ m ∈ { -2 ; -4 ; -1 ; -5 ; 1 ; -7 ; 5 ; -11 }

**Ví dụ 3 :** Cho đường thẳng d : 2x + y - 13 = 0 và điểm A (1 ; 1)

a) Viết phương trình đường thẳng d' qua A và vuông góc d .

b) Tìm tọa độ hình chiếu của A lên d và tọa độ điểm A' , đối xứng của A qua A .

**Giải** a) Đường thẳng d' vuông góc d nên VTPT  $\vec{n} = (2 ; 1)$  của d là VTCP của d' . Suy ra phương trình của d' là :

$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} \Leftrightarrow x - 2y + 1 = 0$

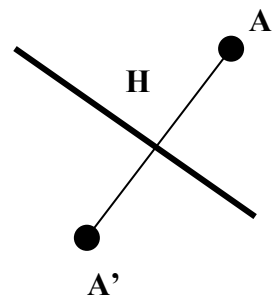
b) Tọa độ giao điểm H của d và d' thỏa hệ :

$\begin{cases} 2x + y - 13 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} : H(5 ; 3)$  , là hình chiếu của

A lên d..

H là trung điểm của AA' , suy ra :

$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 9 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 5 \end{cases} : A'(9 ; 5)$



**C. Bài tập rèn luyện**

3.1. Cho đường thẳng d : y = 2x - 4

a) Vẽ đường thẳng  $d$ . Xác định giao điểm  $A$  và  $B$  của  $d$  với  $Ox$  và  $Oy$ . Suy ra diện tích tam giác  $OAB$  và khoảng cách từ  $O$  tới  $d$ .

b) Viết phương trình đường thẳng  $d'$  song song với  $d$ , cắt  $Ox$  tại  $M$ ,  $Oy$  tại  $N$  sao cho  $MN = 3\sqrt{5}$

**3.2.** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $d$ :

a) qua điểm  $A(1; -2)$  và có hệ số góc là  $3$ .

b) qua  $B(-5; 2)$  và cùng phương  $\vec{a} = (2; -5)$

c) qua gốc  $O$  và vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{2-3x}{4}$

d) qua  $I(4; 5)$  và hợp với 2 trục tọa độ một tam giác cân.

e) qua  $A(3; 5)$  và cách xa điểm  $H(1; 2)$  nhất.

**3.3.** Chứng minh các tập hợp sau là các đường thẳng:

a) Tập hợp những điểm  $M$  mà khoảng cách đến trục hoành gấp đôi khoảng cách đến trục tung.

b) Tập hợp những điểm  $M$  thỏa  $MA^2 + MB^2 = 2MO^2$  với  $A(2; 1)$  và  $B(1; -2)$

**3.4.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(4; 1)$ ,  $B(1; 7)$  và  $C(-1; 0)$ . Viết phương trình tổng quát của

a) Đường cao  $AH$ , đường thẳng  $BC$ .

b) Trung tuyến  $AM$  và trung trực của  $AB$

c) Đường thẳng qua  $C$  và chia tam giác thành hai phần, phần chứa điểm  $A$  có diện tích gấp đôi phần chứa điểm  $B$ .

**3.5.** Cho tam giác  $ABC$  có phương trình các đường thẳng  $AB$ ,  $BC$  và  $CA$  là:

$$AB: x - 3 = 0$$

$$BC: 4x - 7y + 23 = 0$$

$$AC: 3x + 7y + 5 = 0$$

a) Tìm tọa độ  $A, B, C$  và diện tích tam giác.

b) Viết phương trình đường cao vẽ từ  $A$  và  $C$ . Suy ra tọa độ của trực tâm  $H$

**3.6.** Cho hai đường thẳng  $d: mx - y + m + 1 = 0$  và  $d': x - my + 2 = 0$

a) Định  $m$  để hai đường thẳng cắt nhau. Tìm tọa độ giao điểm  $M$ , suy ra  $M$  di động trên một đường thẳng cố định.

b) Định  $m$  để  $d$  và  $d'$  và đường thẳng  $\Delta: x + 2y - 2 = 0$  đồng quy.



3.7. Cho hai điểm A(5 ; - 2) và B(3 ; 4) . Viết phương trình của đường thẳng d qua điểm C(1 ; 1) sao cho A và B cách đều đường thẳng d .

3.8. Cho hình bình hành hai cạnh có phương trình  $3x - y - 2 = 0$  và  $x + y - 2 = 0$  . Viết phương trình hai cạnh còn lại biết tâm hình bình hành là I(3 ; 1) .

\* 3.9 . Cho tam giác ABC có trung điểm của AB là I(1 ; 3) , trung điểm AC là J(- 3 ; 1) . Điểm A thuộc Oy và đường BC qua gốc tọa độ O . Tìm tọa độ điểm A , phương trình BC và đường cao vẽ từ B .

\* 3.10. Cho điểm M(9 ; 4) . Viết phương trình đường thẳng qua M , cắt hai tia Ox và tia Oy tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất .

\* 3.11. Cho điểm M(3 ; 3) . Viết phương trình đường thẳng qua M , cắt Ox và Oy tại A và B sao cho tam giác MAB vuông tại M và AB qua điểm I(2 ; 1) .

#### D. Hướng dẫn hay đáp số :

3.1. a) A(2 ; 0) , B(0 ; - 4) ; S = 4 đvdt .

Ta có :  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16} \Rightarrow OH = \frac{4}{\sqrt{5}}$

b) Phương trình d' có dạng :  $y = 2x + m$  , cắt Ox tại M(- m/2 ; 0) , cắt Oy tại N(0 ; m) . Ta có  $MN = \sqrt{OM^2 + ON^2} = \frac{|m|\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5}$

Suy ra :  $m = \pm 6$  .

3.2 . a)  $y + 2 = 3(x - 1) \Leftrightarrow y = 3x - 5$

b)  $\frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{-5} \Leftrightarrow 5x + 2y + 21 = 0$

c)  $y = \frac{4}{3}x$  ( hai đường thẳng vuông góc  $\Leftrightarrow$  tích hai hệ số góc là - 1)

d) Vì d hợp với Ox một góc  $45^0$  hay  $135^0$  nên đường thẳng có hệ số góc là  $\tan 45^0 = 1$  hay  $\tan^0 = - 1$  , suy ra phương trình là :  $y = x + 1$  ;  $y = - x + 9$

e) Đường thẳng cần tìm qua A và vuông góc  $\overrightarrow{AH} = (-2; -3)$  .

3.3 . a) Gọi (x ; y) là tọa độ của M :  $|y| = 2|x| \Leftrightarrow y = 2x$  hay  $y = - 2x$

b)  $MO^2 = x^2 + y^2$  ,  $MA^2 = (x - 2)^2 + (y - 1)^2$  ,  $MB^2 = (x - 1)^2 + (y + 2)^2$  .

Suy ra :  $3x - y - 5 = 0$

3.4. c) Đường thẳng cần tìm qua điểm D sao cho :  $\overline{DA} = -2\overline{DB} \Leftrightarrow D = (2 ; 5)$

3.5. a)  $A(3 ; -2) ; B(3 ; 5) ; C(-4 ; 1)$ ,  $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = 47/2$  đvdt

b)  $AH : y = 1$ ,  $AK : 7x + 4y - 13 = 0$ ,  $H(9/7 ; 1)$

3.6. a)  $D = 1 - m^2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ , tọa độ giao điểm : 3

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = -\frac{m+2}{m+1} = -1 - \frac{1}{m+1} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{1}{m+1} \end{cases} \Rightarrow x + y + 1 = 0 \Rightarrow M \text{ di động trên đường}$$

thẳng :  $x + y + 1 = 0$

b) Thế tọa độ của M vào đường thẳng  $x + 2y - 2 = 0$ , ta được :  $m = -2/3$

3.7. d là đường thẳng qua C :

- và qua trung điểm I(4 ; 1) của AB
- hay cùng phương  $\overline{AB} = (-2;6)$

3.8. Gọi AB :  $3x - y - 2 = 0$  và AD :  $x + y - 2 = 0$ .

Giải hệ, ta được A = (1 ; 1). Suy ra C = (5 ; 1).

CD :  $3x - y - 14 = 0$ ; BC :  $x + y - 6 = 0$

\* 3.9. A = (0 ; a)  $\Rightarrow$  B(2 ; 6 - a) và C(-6 ; 2 - a)

BC qua gốc O nên  $\overline{OB}$  và  $\overline{OC}$  cùng phương  $\Leftrightarrow 2(2 - a) = (6 - a)(-6)$

$\Leftrightarrow a = 5$ .

3.10. Đặt A(a ; 0) và B(0 ; b), với a, b > 0. Phương trình đường thẳng cần tìm

có dạng :  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ . Đường này qua I  $\Leftrightarrow \frac{9}{a} + \frac{4}{b} = 1$

Áp dụng bất Côsi cho hai số :  $1 = \frac{9}{a} + \frac{4}{b} \geq 2\sqrt{\frac{9}{a} \cdot \frac{4}{b}} = \frac{12}{\sqrt{ab}}$

$\Rightarrow \sqrt{ab} \geq 12 \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2}ab \geq 72$

Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng

Vậy tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất là 72 khi  $\frac{9}{a} = \frac{4}{b} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 18 ; b = 8$

và PT đường thẳng cần tìm là :  $\frac{x}{18} + \frac{y}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 9y - 72 = 0$

3.11. Đặt  $A(a ; 0)$ ,  $B(0 ; b)$ , ta có :  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (a-3)(-3) + (-3)(b-3) = 0$

$$\Leftrightarrow a + b = 6 \quad (1)$$

Mặt khác phương trình đường thẳng AB :  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .

(AB) qua  $I(2 ; 1) \Leftrightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1 \Leftrightarrow 2b + a = ab \quad (2)$

Thế (1) vào (2) :  $2b + (6 - b) = (6 - b)b \Leftrightarrow b^2 - 5b + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow b = 2 \text{ hay } b = 3 .$$

Suy ra :  $(a = 4 ; b = 2)$  hay  $(a = 3 ; b = 3)$

## § 2. Phương trình tham số của đường thẳng

### A. Tóm tắt giáo khoa

1.  $\vec{a}$  khác  $\vec{0}$  cùng phương với đường thẳng  $\Delta$  gọi là *vector chỉ phương* (VTCP) của  $\Delta$ .

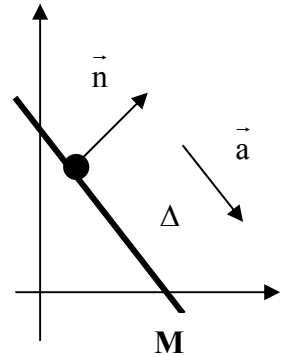
- Phương trình tham số của đường thẳng qua  $M_0(x_0 ; y_0)$

$$\text{và có VTCP } \vec{a} = (a_1 ; a_2) \text{ là : } \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \end{cases}$$

- Phương trình chính tắc của đường thẳng qua  $M_0(x_0 ; y_0)$  và có VTCP  $\vec{a} = (a_1 ; a_2)$  là :  $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2}$  ( $a_1 \neq 0$  và  $a_2 \neq 0$ )

2. Nếu  $\vec{n} = (a ; b)$  là VTPT của  $\Delta$  thì  $\vec{a} = (b ; -a)$  hay  $(-b ; a)$

là một VTCP của  $\Delta$ .



### B. Giải toán.

#### Dạng toán 1 : Lập PT tham số ... của đường thẳng

- Tìm một điểm  $M(x_0 ; y_0)$  và một VTCP  $(a_1 ; a_2)$  :
  - phương trình tham số là :  $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \end{cases}$
  - phương trình chính tắc là :  $\frac{x - x_0}{a_1} = -\frac{y - y_0}{a_2} \quad (a_{1,2} \neq 0)$
  - phương trình tổng quát là :  $a_2(x - x_0) - a_1(y - y_0) = 0$
- Tìm một điểm  $M(x_0 ; y_0)$  và một VTPT  $(a ; b) \Rightarrow$  VTCP  $(b ; -a)$ .  
Áp dụng như trên .

**Ví dụ :** Cho  $A(1 ; 2)$ ,  $B(3 ; -4)$ ,  $C(0 ; 6)$ . Viết PT tham số, chính tắc và tổng quát của :

- a) đường thẳng BC .
- b) đường cao BH
- c) đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác ABC và song song với d

:  $3x - 7y = 0$

**Giải** a) BC qua  $B(3 ; -4)$  và có VTCP  $\overrightarrow{BC} = (-3; 10)$  nên có PTTS là :

$$\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 + 10t \end{cases} \Rightarrow \text{PTCT là : } \frac{x - 3}{-3} = \frac{y + 4}{10}$$

và PTTQ là :  $10(x - 3) + 3(y + 4) = 0 \Leftrightarrow 10x + 3y - 18 = 0$

b) Đường cao BH qua  $B(3 ; -4)$  và vuông góc  $\overrightarrow{AC}(-1; 4)$  nên có VTCP là  $(4 ; 1)$ .

Suy ra PTTS :

$$\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -4 + t \end{cases}$$

PTCT :  $\frac{x - 3}{4} = \frac{y + 4}{1}$

PTTQ :  $1(x - 3) - 4(y + 4) = 0 \Leftrightarrow x - 4y - 19 = 0$

c) Đường thẳng song song với d :  $3x - 7y = 0$  nên vuông góc VTPT  $\overrightarrow{n_d}(3 ; -7)$

, suy ra VTCP là  $(7 ; 3)$ . Tọa độ trọng tâm G là :  $(4/3 ; 4/3)$ .

PTTS của đường thẳng cần tìm :  $\begin{cases} x = 4/3 + 7t \\ y = 4/3 - 3t \end{cases}$

$$\text{PTCT : } \frac{x - \frac{4}{3}}{7} = \frac{y - \frac{4}{3}}{3}$$

$$\text{PTTQ : } 3(x - 4/3) - 7(y - 4/3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 7y + \frac{16}{3} = 0$$

**Dạng toán 2 : Tìm điểm của đường thẳng**

Tọa độ điểm M của đường thẳng cho bởi PTTS . Ứng với mỗi t , ta được một điểm của đường thẳng.

Bài toán thường đưa về việc giải một phương trình hay hệ phương trình mô tả tính chất của điểm ấy.

**Ví dụ :** Cho đường thẳng d : 
$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$$

a) Tìm trên d điểm M cách điểm A(4 ; 0) một khoảng là 5 .

b) Biện luận theo m vị trí tương đối của d và d' :  $(m + 1)x + my - 3m - 5 = 0$

**Giải :** a) Tọa độ điểm M thuộc d cho bởi phương trình tham số của d :  $M = (3 - 2t ; 1 + 3t)$  . Ta có :  $\overline{AM} = (-1 - 2t ; 1 + 3t) \Rightarrow AM^2 = (1 + 2t)^2 + (1 + 3t)^2 = 13t^2 + 10t + 2$ .

Ta có :  $AM^2 = 25 \Leftrightarrow 13t^2 + 10t + 2 = 25$

$$\Leftrightarrow 13t^2 + 10t - 23 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hay } t = -23/13$$

$$\Leftrightarrow M = (1 ; 4) \text{ hay } M = (85/13 ; -56/13)$$

b) Thế phương trình tham số của d vào phương trình của d' , ta được phương trình tính tham số t của giao điểm , nếu có :

$$(m + 1)(3 - 2t) + m(1 + 3t) - 3m - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)t + m - 2 = 0 \quad (1)$$

- $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$  : (1) thỏa với mọi m  $\Leftrightarrow$  d và d' có vô số điểm chung  $\Leftrightarrow$  d , d' trùng nhau.
- $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$  : (1) có ngh duy nhất  $\Leftrightarrow$  d và d' cắt nhau .

Ghi chú : Có thể biến đổi d về dạng tổng quát :  $3x + 2y - 11 = 0$  và biện luận theo hệ phương trình 2 ẩn .

**C. Bài tập rèn luyện .**

**3.12 :** Cho đường thẳng d có hương trình tham số :  $x = 3 + \frac{2t}{3} ; y = 2 - \frac{5t}{6}$  (1)

a) Tìm một VTCP của d có tọa độ nguyên và một điểm của d . Viết một phương trình tham số khác của d

- b) Tìm trên  $d$  một điểm  $A$  có hoành độ gấp đôi tung độ .
- c) Tìm trên  $d$  một điểm  $B$  cách gốc  $O$  một khoảng là  $\sqrt{58}$  .

**3.13 .** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1 ; -2)$  ,  $B(0 ; 4)$  và  $C(6; 3)$  . Tìm một VTCP, suy ra phương trình tham số và chính tắc của các đường thẳng sau :

- a) Đường thẳng  $d$  qua  $A$  và có một VTCP là  $(3 ; -2)$
- b) Đường trung trực của  $BC$  .
- c) Đường thẳng  $AB$
- d) Đường trung bình của tam giác  $ABC$  ứng với cạnh  $BC$  .
- e) Đường phân giác ngoài của góc  $B$

**3.14 .** Cho tam giác  $ABC$  với  $BC : 2x - y - 4 = 0$  , đường cao  $BH : x + y - 2 = 0$  , đường cao  $CK : x + 3y + 5 = 0$  . Viết phương trình các cạnh tam giác .

**3.15.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB : 2x - y - 1 = 0$  ,  $AD$  qua  $M(3 ; 1)$  và tâm  $I$  có tọa độ là  $(-1 ; \frac{1}{2})$  . Viết phương trình các cạnh  $AD$  ,  $BC$  và  $CD$  .

**\*3.16.** Cho tam giác  $ABC$  có trung điểm  $M$  của  $AB$  có tọa độ  $(-\frac{1}{2} ; 0)$  , đường cao  $CH$  với  $H(-1 ; 1)$  , đường cao  $BK$  với  $K(1 ; 3)$  và biết  $B$  có hoành độ dương .

- a) Viết phương trình  $AB$  .
- b) Tìm tọa độ  $B$ ,  $A$  và  $C$

**3.17 .** Chọn câu đúng : Phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường trung trực của  $AB$  với  $A(3 ; -5)$  và  $B(5 ; 9)$  :

- a)  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2 + 7t \end{cases}$
- b)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 7 + 7t \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} x = 4 + 7t \\ y = 2 + t \end{cases}$
- d)  $\begin{cases} x = 4 + 7t \\ y = 2 - t \end{cases}$

**3.18 .** Chọn câu đúng : Phương trình nào dưới đây là phương trình tổng quát của đường thẳng qua  $A(4 ; -5)$  và vuông góc với đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$  là :

- a)  $3x + 2y - 2 = 0$
- b)  $3x - 2y - 12 = 0$
- c)  $2x - 3y - 23 = 0$
- d)  $4x + 5y - 22 = 0$

**3.19.** Chọn câu đúng : Đường thẳng  $d : \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{2}$  xác định với hai trục tọa

độ một tam giác có diện tích là :

- a)  $64/5$  b)  $128/5$  c)  $16/5$  d) đáp số khác

**3.20.** Chọn câu đúng : Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $M(4 ; -3)$  và song song với đường thẳng  $y = 2x - 4$ .

a)  $d$  qua điểm  $(10 ; 10)$  b) trên  $d$  không có điểm nào có tọa độ là số nguyên chẵn.

- c) Cả (a) và (b) đều sai d) Cả (a) và (b) đều đúng.

**3.21.** Chọn câu đúng : Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A(1 ; -2)$ , trọng tâm là  $G(5 ;$

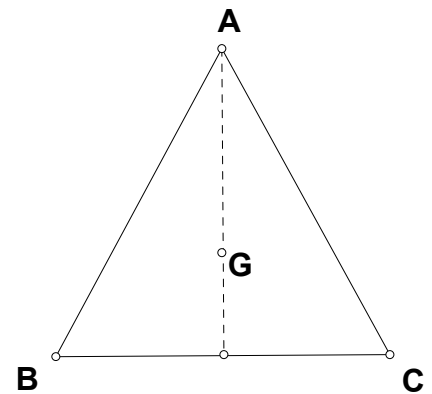
6). Phương trình đường thẳng  $BC$  là :

- a)  $x + 2y + 27 = 0$  b)  $x + 2y - 27 = 0$   
c)  $x - 2y - 27 = 0$  d)  $2x - y - 4 = 0$

### C. Hướng dẫn hay đáp Số.

**3.12.** a)  $\vec{a} = (4 ; -5)$ ,  $x = 3 + 4t$ ,  $y = 2 - 5t$  b) Giải  $x_A = 2y_A \Leftrightarrow t = 1/14$

c) Dùng phương trình tham số của  $d : (3 + 4t)^2 + (2 - 5t)^2 = 58$



**3.13.** a)  $x = 1 + 3t$ ,  $y = -2 - 2t$  b)  $x = 3 + 8t$ ,  $y = 7/2 + 3t$

c) Trung trực vuông góc  $\vec{BC} = (6 ; -1)$  nên cùng phương vector  $(1 ; 6)$ . Suy ra

phương trình tham số là :  $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + 6t \end{cases}$

**3.14.**  $BC$  và  $BH$  cắt nhau tại  $B(2 ; 0)$ .  $BC$  và  $CK$  cắt nhau tại  $C(1 ; -2)$ . Phương trình  $AB$  qua  $B$  và vuông góc  $CK$  là :  $3(x - 2) - 1(y - 0) = 0 \dots$

**3.15.**  $AD$  qua  $M$  và vuông góc  $AB$  có phương trình :  $1.(x - 3) + 2(y - 1) = 0$

$\Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$ .

Suy ra tọa độ  $A = AB \cap AD = (7/5 ; 9/5)$ . Suy ra tọa độ  $C$ , đối xứng của  $A$  qua  $I$

...

\*3. 16. a) Phương trình AB qua H và M :  $2x + y + 1 = 0$

b) B thuộc AB  $\Leftrightarrow B = (b ; -2b - 1)$

A đối xứng của B qua M  $\Leftrightarrow A = (-1 - b ; 2b + 1)$ .

Mặt khác  $\overline{AK} \perp \overline{BK} = 0 \Leftrightarrow 5b^2 + 5b - 10 = 0 \Leftrightarrow b = 1$ .

Vậy  $B = (1 ; -3)$ ,  $A = (-2 ; 3)$ ,  $C = (3 ; 3)$

3.17. (d) 3.18. (a) 3.19. (a) 3.20. (b) 3.21. (b)

### § 3. Khoảng cách và góc

#### A. Tóm tắt giáo khoa .

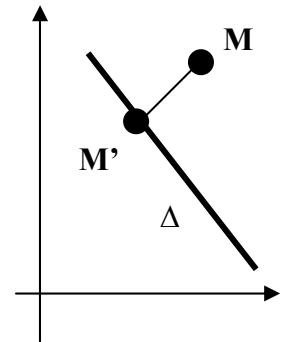
I. 1. Khoảng cách từ M ( $x_0 ; y_0$ ) đến đường thẳng  $\Delta : ax + by + c = 0$  là :

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

\*2. Gọi M' là hình chiếu của M lên  $\Delta$ , thế thì :

$$\overrightarrow{M'M} = k \cdot \vec{n} = \frac{ax_M + by_M + c}{a^2 + b^2} \cdot \vec{n}. \text{ Suy ra :}$$

- M, N nằm cùng phía đối với  $\Delta$   
 $\Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$
- M, N nằm khác phía đối với  $\Delta$   
 $\Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$



\* 3. Phương trình hai đường phân giác của góc hợp bởi hai đường thẳng :

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  là :

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} = 0$$

II. Góc ( không tù ) tạo  $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$  là :

$$\cos(\Delta_1 ; \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

#### B. Giải toán .



**Dạng 1 : Tính khoảng cách và lập phương trình đường thẳng liên quan đến khoảng cách**

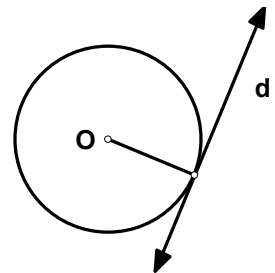
**Ví dụ 1 :**

- a) Tính khoảng cách từ điểm  $A(1 ; 3)$  đến đường thẳng  $d : 3x - 4y + 4 = 0$   
 b) Tính bán kính đường tròn tâm  $O$  tiếp xúc đường thẳng  $d : 2x + y + 8 = 0$   
 c) Tính khoảng cách từ điểm  $P(3 ; 12)$  đến đường thẳng :  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$   
 d) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song :  $d : 5x + 3y - 5 = 0$  và  $d' : 5x + 3y + 8 = 0$

**Giải** a)  $d(A, d) = \frac{|3x_A - 4y_A + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 3 + 4|}{5} = \frac{5}{5} = 1$

b) Bán kính đường tròn là khoảng cách từ  $O$  đến đường thẳng

$d : R = d(O, d) = \frac{|2 \cdot 0 + 0 + 8|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$



c) Ta viết phương trình dưới dạng tổng quát :

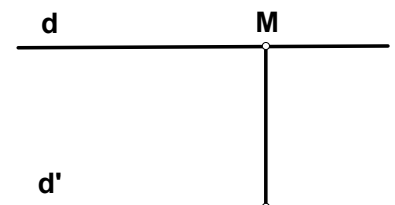
$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{-3} \Leftrightarrow -3(x-2) = y-5$$

$$\Leftrightarrow 3x + y - 11 = 0$$

$$d(P, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 + 12 - 11|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

d) Chọn trên  $d : 5x + 3y - 5 = 0$  điểm  $M(1 ; 0)$ , thế thì :

$$d(d, d') = d(M, d') = \frac{|5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 8|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{26}} = \sqrt{\frac{13}{2}}$$



**Ví dụ 2 :**

- a) Tìm trên trục hoành điểm cách đường thẳng :  $2x + y - 7 = 0$  một khoảng là  $2\sqrt{5}$

- b) Tìm trên đường thẳng  $d : x + y + 5 = 0$  điểm cách đường thẳng  $d' : 3x - 4y + 4 = 0$  một khoảng là 2 .
- c) Cho điểm  $M ( m - 2 ; 2m + 5 )$  di động và điểm  $A ( 2 ; 1 )$  cố định . Tìm giá trị nhỏ nhất của khoảng cách  $AM$  khi  $m$  thay đổi .

**Giải a)** Gọi  $M(x, 0)$  là điểm cần tìm , ta có :

$$d(M, d) = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2x-7|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} = |2x-7| = 10$$

$$\Leftrightarrow 2x - 7 = 10 \text{ hay } 2x - 7 = -10 \Leftrightarrow x = 17/2 \text{ hay } x = -3/2$$

Vậy ta tìm được hai điểm  $M(17/2 ; 0)$  và  $M(-3/2 ; 0)$

b) Gọi  $x$  là hoành độ của điểm  $M$  cần tìm , tung độ của  $M$  là :  $y = -x - 5$  . Ta có phương trình :  $d(M, d') = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{|3x_M - 4y_M + 6|}{5} = 2$$

$$\Leftrightarrow |3x - 4(-x - 5) + 6| = 10$$

$$\Leftrightarrow |7x + 24| = 10 \Leftrightarrow 7x + 24 = 10 \text{ hay } 7x + 24 = -10$$

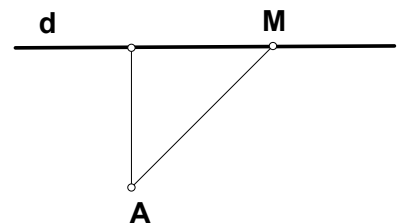
$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ hay } x = -34/7$$

Vậy ta tìm được hai điểm  $M(-2 ; 0)$  và  $M(-34/7 ; 0)$

c) Ta có :  $\begin{cases} x = m - 2 \\ y = 2m + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{2} \Leftrightarrow 2x - y + 9 = 0$

Vậy  $M$  di động trên đường thẳng  $d : 2x - y + 9 = 0$  . Suy ra khoảng cách nhỏ

nhất của  $AM$  chính là :  $d(A, d) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 9|}{\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$



**Ví dụ 3 :**

a) Viết phương trình đường thẳng song song và cách đều hai đường thẳng song song  $d : x - 3y - 1 = 0$  và  $d' : x - 3y + 7 = 0$

b) Viết phương trình đường thẳng  $d$  : song song với đường thẳng  $d' : 3x + 2y - 1 = 0$  và cách  $d'$  một khoảng là  $\sqrt{13}$  và nằm trong nửa mặt phẳng bờ  $d'$  và chứa điểm gốc  $O$ .

c) Viết phương trình đường thẳng  $d$  qua điểm  $A(6; 4)$  và cách điểm  $B(1; 2)$  một khoảng là 5.

**GIẢI** a) Đường thẳng cần tìm là tập hợp những điểm  $M(x; y)$  sao cho :

$$d(M, d) = d(M, d') \Leftrightarrow \frac{|x - 3y - 1|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|x - 3y + 7|}{\sqrt{1^2 + 3^2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y - 1 = x - 3y + 7 \text{ (VN)} \\ x - 3y - 1 = -x + 3y - 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 6y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3y + 3 = 0$$

b) Phương trình đường thẳng  $d$  song song với  $d'$  có dạng :  $3x + 2y + m = 0$ . Ta định

$$m \text{ để } d(d, d') = \sqrt{13}.$$

Chọn trên  $d$  điểm  $A(0; \frac{1}{2})$ , ta có :  $d(d, d')$

$$= d(A, d') = \sqrt{13} \Leftrightarrow$$

$$\frac{|3 \cdot 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} + m|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \Leftrightarrow |1 + m| = 13$$

$$\Leftrightarrow m + 1 = 13 \text{ hay } m + 1 = -13$$

$$\Leftrightarrow m = 12 \text{ hay } m = -14$$

$$\Leftrightarrow d' : 3x + 2y + 12 = 0 \text{ hay } d' : 3x + 2y - 14 = 0$$

• Xét  $d' : 3x + 2y + 12 = 0$ . Chọn điểm  $M'(0; -6)$  thuộc  $d'$

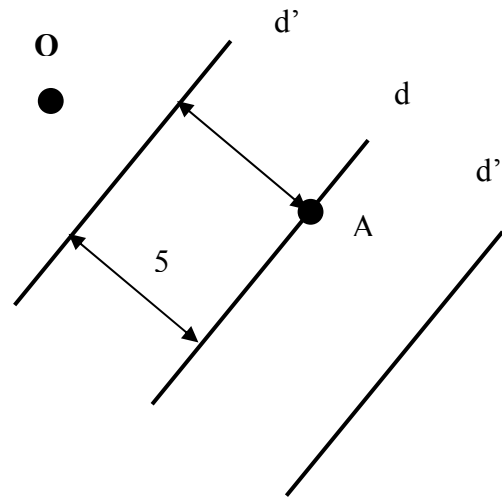
$$\text{Thế tọa độ } M' \text{ vào } d : 0 \cdot 3 + 2(-6) - 1 = -13 > 0$$

$$\text{Thế tọa độ } O(0; 0) \text{ vào } d : 0 \cdot 3 + 0(2) - 1 = -1 < 0$$

Vậy  $O$  và  $M'$  cùng một phía đối với  $d$  tức  $d' : 3x + 2y + 12 = 0$  là đường thẳng cần tìm.

Cách khác : Gọi  $M(x; y)$  là điểm bất kì, ta có :

$$M(x; y) \in d' \Leftrightarrow d(M, d) = \sqrt{13} \text{ và } O \text{ và } M \text{ nằm cùng phía đối với } d$$



Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|3x-2y-1|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \\ (3x-2y-1)(3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3x-2y-1}{\sqrt{13}} = -\sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y + 12 = 0$$

c) Phương trình  $d$  là đường thẳng qua  $A(6; 4)$  có dạng :

$$a(x-6) + b(y-4) = 0 \text{ với } a^2 + b^2 \neq 0.$$

$$\Leftrightarrow ax + by - 6a - 4b = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ta có : } d(B, d) = 5 \Leftrightarrow \frac{|1 \cdot a + 2b - 6a - 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \Leftrightarrow (5a + 2b)^2 = 25(a^2 + b^2)$$

$$\Leftrightarrow 20ab - 21b^2 = 0 \Leftrightarrow b(20a - 21b) = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 0 \text{ hay } a = \frac{21b}{20}$$

\* Với  $b = 0$  : (1) thành  $ax - 6a = 0 \Leftrightarrow x - 6 = 0$  (chia hai vế cho  $a \neq 0$ , coi như chọn  $a = 1$ )

$$\text{* Với } a = \frac{21b}{20} : (1) \text{ thành } \frac{21}{20}bx + by - \frac{41b}{20} = 0$$

$$\Leftrightarrow 21x + 20y - 41 = 0 \text{ ( Chia hai vế cho } b/20, \text{ coi như chọn } b = 20 \Rightarrow a = 21)$$

Vậy có hai đường thẳng thỏa đề bài là :  $21x + 20y - 41 = 0$  và  $x = 6$ .

Cách khác : Có thể xét

\*  $d : x = 6$  (qua  $A$  và vuông góc  $Ox$ , không có hệ số góc).

$$\text{* } d : y = k(x-6) + 4 \Leftrightarrow kx - y - 6k + 4 = 0$$

$$\text{Giải : } d(B, d) = 5 \Leftrightarrow k = -21/20.$$

### **Dạng 2 : Viết phương trình phân giác, phân giác trong, ngoài.**

**Ví dụ 1 :** Cho tam giác  $ABC$  với  $AB : 3x - 4y + 6 = 0$

$$AC : 5x + 12y - 25 = 0, BC : y = 0$$

a) Viết phương trình các phân giác của góc  $B$  trong tam giác  $ABC$ .

b) Viết phương trình phân giác trong của góc  $A$  trong tam giác  $ABC$ .

Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng

**Giải :** a) AB cắt BC tại B(-2 ; 0) , AC cắt BC tại C(5 ; 0)

Phương trình các phân giác của góc B trong tam giác ABC là phân giác của góc hợp bởi AB và BC , là :

$$\frac{3x - 4y + 6}{5} \pm \frac{y}{1} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + y + 6 = 0 \text{ hay } 3x - 9y + 6 = 0$$

b) Phương trình các phân giác của góc A , tạo bởi AB và AC là :

$$(t) : \frac{3x - 4y + 6}{5} + \frac{5x + 12y - 25}{13} = 0 \Leftrightarrow 64x + 8y - 47 = 0 \quad (1)$$

$$(t') : \frac{3x - 4y + 6}{5} - \frac{5x + 12y - 25}{13} = 0 \Leftrightarrow 14x - 112y + 203 = 0$$

Thế tọa độ B(-2 ; 0) vào (1) :  $64(-2) - 47 < 0$

Thế tọa độ C(5 ; 0) vào (1) :  $64.5 - 47 > 0$

Vậy B và C nằm khác phía đối với (t) , nên (t) là phân giác trong của góc A .

**\* Ví dụ 4 :** Cho d :  $3x - 4y + 5 = 0$  và d' :  $5x + 12y - 1 = 0$

a) Viết phương trình các phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng

b) Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  qua gốc O và tạo với d, d' một tam giác cân có cạnh đáy là  $\Delta$  .

**Giải** a) Phân giác (t) của góc tạo bởi d , d' :

$$\frac{3x - 4y + 5}{5} \pm \frac{5x + 12y - 1}{13} = 0$$

$$\Leftrightarrow 13(3x - 4y + 5) = 5(5x + 12y - 1) \\ \text{hay } 13(3x - 4y + 5) = -5(5x + 12y - 1)$$

$$\Leftrightarrow (t_1) : 14x - 112y + 70 = 0 \text{ hay}$$

$$(t_2) : 64x + 8y + 60 = 0$$

