



Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ (1), m là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.
2. Tìm các giá trị của m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại điểm có hoành độ $x = -1$ đi qua điểm $A(1;2)$

Câu II (2 điểm) 1. Giải phương trình $\tan x = \cot x + 4\cos^2 2x$.

2. Giải phương trình $\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} = \frac{(2x-1)^2}{2}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu III (2 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{1} \text{ và } d_2: \begin{cases} 5x - 6y - 6z + 13 = 0 \\ x - 6y + 6z - 7 = 0. \end{cases}$$

1. Chứng minh rằng d_1 và d_2 cắt nhau.
2. Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2 . Tìm tọa độ các điểm A, B lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho

tam giác IAB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{\sqrt{41}}{42}$.

Câu IV (2 điểm) 1. Tính tích phân $I = \int_{-\frac{1}{2}}^3 \frac{xdx}{\sqrt[3]{2x+2}}$.

2. Giải phương trình $e^{\sin(x-\frac{\pi}{4})} = \tan x$.

PHẦN RIÊNG _____ **Thí sinh chỉ được làm 1 trong 2 câu: V.a hoặc V.b** _____

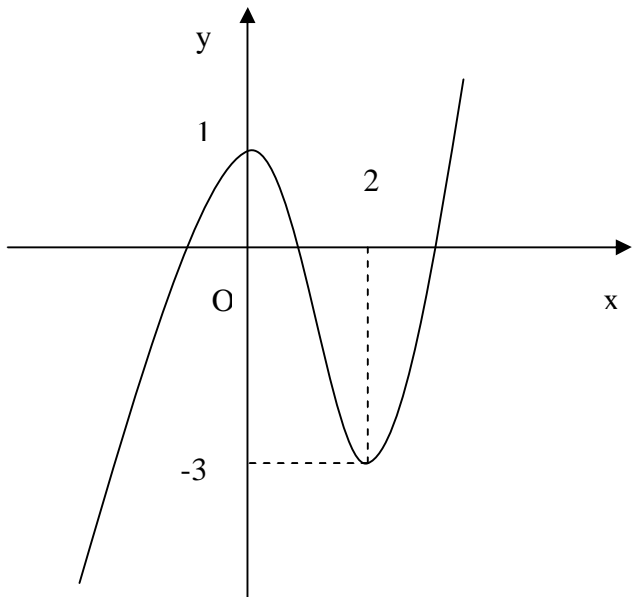
Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Cho tập hợp $E = \{0,1,2,3,4,5,7\}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số của E ?
2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC các đường cao kẻ từ đỉnh B và đường phân giác trong của góc A lần lượt có phương trình là $3x + 4y + 10 = 0$ và $x - y + 1 = 0$; điểm $M(0;2)$ thuộc đường thẳng AB đồng thời cách điểm C một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x+1} \right) \geq 0$.
2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại đỉnh B , $BA = BC = 2a$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy (ABC) là trung điểm E của AB và $SE = 2a$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của EC, SC ; M là điểm di động trên tia đối của tia BA sao cho góc $\widehat{ECM} = \alpha$ ($\alpha < 90^\circ$) và H là hình chiếu vuông góc của S trên MC . Tính thể tích của khối tứ diện $EHIJ$ theo a, α và tìm α để thể tích đó lớn nhất.

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008
Môn thi: TOÁN, khối A

Câu	Nội dung		Điểm																					
I			2,00																					
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1,00 điểm)																							
	Với $m = -1$ hàm số trở thành $y = x^3 - 3x^2 + 1$ • Tập xác định: \mathbb{R} • Sự biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$		0,25																					
	• $y_{CD} = y(0) = 1$, $y_{CT} = y(2) = -3$		0,25																					
	• Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table> <div>$-\infty \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow +\infty$ $\quad \quad \quad -3$</div>		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$		y			1				$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																			
	y'		$+$	0	$-$	0	$+$																	
y			1				$+\infty$																	
• Đồ thị: <div></div>		0,25																						
2		Tìm các giá trị của tham số $m \dots$ (1,00 điểm)																						
	Gọi M là điểm thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ $x = -1$, suy ra $M(-1; 2m - 1)$		0,25																					
	Ta có $y' = 3x^2 + 6mx + (m+1)$; $y'(-1) = 4 - 5m$. Tiếp tuyến d của đồ thị hàm số đã cho tại $M(-1; 2m - 1)$ có phương trình là: $y = (4 - 5m)(x + 1) + 2m - 1$		0,5																					
	Tiếp tuyến d đi qua $A(1, 2)$ khi và chỉ khi $2 = (4 - 5m)2 + 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{5}{8}$		0,25																					
II			2,00																					
1	Giải phương trình lượng giác(1,00 điểm)																							
	Điều kiện: $\sin x \cdot \cos x \neq 0$. Phương trình đã cho tương đương với																							

	$\operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x = 4\cos^2 2x \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = 4\cos^2 2x \Leftrightarrow \frac{2\cos 2x}{\sin 2x} + 4\cos^2 2x = 0$ $\Leftrightarrow \cos 2x \left(\frac{1}{\sin 2x} + 2\cos 2x \right) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(1 + \sin 4x) = 0$ <ul style="list-style-type: none"> $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$ $\sin 4x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}.$ <p>Đổi chiều điều kiện suy ra nghiệm của phương trình đã cho là</p> $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \text{ và } x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \text{ với } k \in \mathbb{Z}$	0,50
	2 Giải phương trình ... (1,00 điểm)	
	<p>Điều kiện: $x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right].$</p> <p>Ta có</p> $\left(\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x}\right)^2 = 4 + 2\sqrt{(2x+1)(3-2x)} \geq 4 \Rightarrow \sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} \geq 2 \quad (1).$	0,50
	<p>Mặt khác, $-2 \leq 2x - 1 \leq 2 \Rightarrow (2x - 1)^2 \leq 4 \Rightarrow \frac{(2x - 1)^2}{2} \leq 2 \quad (2).$</p>	0,25
	<p>Từ (1) và (2) suy ra phương trình đã cho tương đương với</p> $\begin{cases} \sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} = 2 \\ (2x-1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ hoặc } x = \frac{3}{2}.$ <p>Đổi chiều điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = -\frac{1}{2}$ và $x = \frac{3}{2}$</p>	0,25
III		2,00
	1 Chứng minh d_1 cắt d_2 (1,00 điểm)	
	<p>Tọa độ giao điểm I của d_1 và d_2 thỏa mãn hệ</p> $\begin{cases} \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{1} \\ 5x - 6y - 6z + 13 = 0 \\ x - 6y + 6z - 7 = 0 \end{cases}$	0,50
	Giải hệ ta được I(1; 1; 2).	0,50
	2 Tìm tọa độ... (1,00 điểm)	
	<p>Véc tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1 = (2; 2; 1).$</p> <p>Ta có $\left(\begin{vmatrix} -6 & -6 \\ -6 & 6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -6 & 5 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ 1 & -6 \end{vmatrix} \right) = (-72; -36; -24).$</p> <p>Suy ra $\vec{u}_2 = (6; 3; 2)$ là một véc tơ chỉ phương của d_2</p>	0,25
	<p>Gọi α là góc giữa d_1 và d_2 ta có $\cos \alpha = \frac{ \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 }{ \vec{u}_1 \vec{u}_2 } = \frac{20}{21} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{41}}{21}.$</p>	0,25
	<p>Ta có $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IA^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} IB^2 \sin \alpha = \frac{\sqrt{41}}{42} IA^2 = \frac{\sqrt{41}}{42} IB^2 \Leftrightarrow IA = IB = 1.$</p>	

		<p>Vì A thuộc d_1 nên tọa độ của $A(1 + 2t; 1 + 2t; 2 + t) \Rightarrow IA = 3 t = 1 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{3}$</p> <p>$\Rightarrow A\left(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right)$ hoặc $A\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$</p>	0,25
		<p>Vì B thuộc d_2 nên tọa độ của $B(1 + 6k; 1 + 3k; 2 + 2k) \Rightarrow IB = 7 k = 1 \Leftrightarrow k = \pm \frac{1}{7}$</p> <p>$\Rightarrow B\left(\frac{13}{7}, \frac{10}{7}, \frac{16}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{1}{7}, \frac{4}{7}, \frac{12}{7}\right)$</p>	0,25
IV			2,00
	1	Tính tích phân...(1,00 điểm)	
		<p>$I = \int_{-\frac{1}{2}}^3 \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x+2}}$</p> <p>Đặt $t = \sqrt[3]{2x+2} \Leftrightarrow x = \frac{t^3-2}{2} \Rightarrow dx = \frac{3t^2 dt}{2}$</p> <p>$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow t = 1; x = 3 \Rightarrow t = 2$</p>	0,50
		<p>Suy ra $I = \int_1^2 \frac{\frac{t^3-2}{2} \cdot \frac{3t^2 dt}{2}}{t} = \frac{3}{4} \int_1^2 (t^4 - 2t) dt = \frac{3}{4} \left(\frac{t^5}{5} - t^2 \right) \Big _1^2 = \frac{12}{5}$</p>	0,50
	2	Giải phương trình...(1,00 điểm)	
		<p>Điều kiện: $\cos x \neq 0$.</p> <p>Để thấy $\sin x = 0$ không thỏa mãn phương trình</p> <p>Phương trình đã cho tương đương với $e^{\frac{\sqrt{2}(\sin x - \cos x)}{2}} = \frac{\sin x}{\cos x} \Leftrightarrow \frac{e^{\frac{\sqrt{2} \sin x}{2}}}{\sin x} = \frac{e^{\frac{\sqrt{2} \cos x}{2}}}{\cos x}$</p> <p>(1).</p> <p>Đặt $\begin{cases} u = \sin x \\ v = \cos x \end{cases}$. Ta có $u, v \in (-1; 1); u, v \neq 0$.</p> <p>Từ (1) ta có phương trình $\frac{e^{\frac{\sqrt{2}u}{2}}}{u} = \frac{e^{\frac{\sqrt{2}v}{2}}}{v}$.</p>	0,50
		<p>Xét hàm số $y = f(x) = \frac{e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}}}{x}$, với $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.</p> <p>$y' = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}x}{2} - 1\right)e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}}}{x^2} = \frac{(\sqrt{2}x - 2)e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}}}{2x^2} < 0$ suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.</p> <p>Ta thấy u, v cùng dấu nên u, v cùng thuộc một khoảng $(-1; 0)$ hoặc $(0; 1)$.</p> <p>Từ giả thiết $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.</p> <p>Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình đã cho là</p>	0,50

		$x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.	
V.a			2,00
	1	Có bao nhiêu số tự nhiên...(1,00 điểm)	
		<p>Số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau của E có dạng: \overline{abcd}, trong đó $a \neq 0, d \in \{0, 2, 4\}$.</p> <p>Xét $d=0$. Khi đó các số có 3 chữ số \overline{abc} bằng $A_6^3 = 120$.</p> <p>Xét $d = 2$ (hoặc $d = 4$), khi đó a có 5 cách chọn, ứng với mỗi cách chọn a ta có 5 cách chọn b, ứng với mỗi cách chọn hai chữ số a, b ta có 4 cách chọn chữ số c.</p> <p>Vậy có tất cả $5.5.4 = 100$ số.</p> <p>Vậy có $120 + 100.2 = 320$ số.</p>	0,50
	2	Tìm tọa độ các đỉnh...(1,00 điểm)	
		<p>Gọi d_1, d_2 lần lượt là đường cao kẻ từ đỉnh B và đường phân giác trong của góc A</p> <p>Gọi $M'(a; b)$ là điểm đối xứng của M qua d_2 và I là trung điểm của MM'.</p> <p>Ta có $\overline{MM'} = (a; b - 2), I\left(\frac{a}{2}; \frac{b+2}{2}\right)$. Vector chỉ phương của d_2 là $\vec{u} = (1; 1)$.</p> <p>Ta có hệ: $\begin{cases} \overline{MM'} \cdot \vec{u} = 0 \\ I \in d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 2 = 0 \\ \frac{a}{2} - \frac{b+2}{2} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$</p>	0,25
		<p>Khi đó $M'(1; 1)$ thuộc đường thẳng AC. Mặt khác vector chỉ phương $\vec{v} = (4; -3)$ của đường cao d_1 chính là vector pháp tuyến của đường thẳng AC. Do đó phương trình đường thẳng AC là $4(x - 1) - 3(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y - 1 = 0$.</p> <p>$A = d_2 \cap AC$ xác định bởi hệ $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 4x - 3y - 1 = 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}. \text{ Vậy } A(4; 5)$</p>	0,25
		<p>Phương trình đường thẳng AB:</p> $\frac{x-0}{4-0} = \frac{y-2}{5-2} \Leftrightarrow \frac{x}{4} = \frac{y-2}{3} \Leftrightarrow 3x - 4y + 8 = 0.$ <p>$B = d_1 \cap AB$ xác định bởi hệ $\begin{cases} 3x + 4y + 10 = 0 \\ 3x - 4y + 8 = 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } B(-3; -\frac{1}{4})$</p>	0,25
		<p>Đường thẳng AC: $4x - 3y - 1 = 0$, do đó $C\left(c; \frac{4c-1}{3}\right)$.</p> $MC = \sqrt{2} \Leftrightarrow c^2 + \left(\frac{4c-1}{3} - 2\right)^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = \frac{31}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1(1; 1) \\ C_2\left(\frac{31}{25}; \frac{33}{25}\right) \end{cases}.$ <p>Ta nhận thấy $\overline{AC_1}$ và $\overline{AC_2}$ cùng chiều.</p> <p>Kết luận: $A(4; 5), B\left(-3; -\frac{1}{4}\right), C(1; 1)$.</p> <p>Hoặc $A(4; 5), B\left(-3; -\frac{1}{4}\right), C\left(\frac{31}{25}; \frac{33}{25}\right)$.</p>	0,25
V.b			
	1	Giải bất phương trình logarit ...(1,00 điểm)	
		Bất phương trình đã cho tương đương với	0,50

	$0 < \log_2 \frac{2x+3}{x+1} \leq 1 \Leftrightarrow 1 < \frac{2x+3}{x+1} \leq 2$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x+3}{x+1} - 1 > 0 \\ \frac{2x+3}{x+1} - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{x+1} > 0 \\ \frac{1}{x+1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > -1 \Leftrightarrow x < -2. \\ x < -1 \end{cases}$ <p>Nghiệm của bất phương trình là $x < -2$.</p>	0,50

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án qui định.

Nguồn: Cục Khảo thí và Kiểm định chất lượng giáo dục (Bộ GD-ĐT).

Hướng dẫn: Trung tâm Luyện thi Vĩnh Viễn.